В. А. ГУСЕВ, Г. Г. МАСЛОВА

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ГЕОМЕТРИИ для 9 класса

«ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1978

В. А. ГУСЕВ, Г. Г. МАСЛОВА

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ГЕОМЕТРИИ для 9 класса

Издание 2-е

МОСКВА · ПРОСВЕЩЕНИЕ · 1978

513(07)
Г96

Гусев В. А. и Маслова Г. Г.

Г96 Дидактические материалы по геометрии для 9 класса. Изд. 2-е. М., «Просвещение», 1978.

63 с. с ил.

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по геометрии для 9 класса. Кроме того, сюда включены дополнительные самостоятельные работы с несколько усложненным содержанием. К контрольным и самостоятельным работам даны ответы.

$Г\ \dfrac{60501 - 348}{103\,(03) - 78}$ инф. письмо — 78 513(07)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дидактические материалы по геометрии включают 27 самостоятельных, 7 контрольных (по четыре варианта в каждой) и 27 дополнительных самостоятельных работ (по два варианта в каждой) по всему курсу геометрии IX класса и имеют целью помочь учителю организовать самостоятельную работу и контроль знаний учащихся.

Для удобства самостоятельные и дополнительные самостоятельные работы к одним и тем же пунктам имеют одинаковую нумерацию.

Основное назначение этих работ — обучение девятиклассников самостоятельному решению задач по только что изученному материалу, его повторение и закрепление. Задачи могут быть также использованы как индивидуальные задания, при опросе и в качестве домашних работ.

1. Так как самостоятельные работы носят обучающий характер, то учитель во время их выполнения может консультировать учащихся, а если в этом есть необходимость — рекомендовать им прочесть соответствующий материал в учебнике.

Самостоятельные работы приведены практически ко всем пунктам учебника. Это не означает, что по материалу каждого пункта следует проводить самостоятельную работу. В зависимости от конкретной ситуации (подготовки учащихся, их умения решать задачи) вопрос о проведении самостоятельной работы на том или ином уроке решает сам учитель.

Точно так же необязательно выполнение всех приведенных в работе заданий. Учитель по своему усмотрению может предложить выполнить в той или иной работе лишь часть заданий.

Самостоятельные работы включают задачи на вычисление, построение, доказательство. С целью учета индивидуальных особенностей учащихся варианты заданий несколько различаются по трудности. Обычно вариант 1 немного легче, варианты 2 и 3 примерно равноценны, вариант 4 несколько труднее (но не за счет увеличения громоздкости построений, преобразований или вычислений). Трудность обычно вызывается нестандартным вопросом, необходимостью применить особый метод решения. Уровень требований к заданиям для выполнения всеми учащимися определяется первыми тремя вариантами.

Время, необходимое для выполнения заданий, существенно зависит от требований к оформлению решений. Поэтому нужно четко указывать эти требования, исходя из того, что на уроке, на котором проводится самостоятельная работа, ей следует уделить 15—20 минут. Заметим, что эта рекомендация весьма ориентировочная, так как время выполнения одного и того же задания разными учащимися различно.

2. Рассмотрим некоторые требования к оформлению самостоятельных работ.

Изображение пространственных фигур выполняется в произвольной параллельной проекции, невидимые линии изображаются в соответствии с ГОСТом штриховыми линиями.

Рекомендуется систематически обращать внимание на то, чтобы изображение фигур выполнялось в строгом соответствии со свойствами параллельного проектирования.

При выполнении заданий на построение не следует требовать письменного описания построений, ученики могут лишь кратко записать этапы построения, используя символические записи.

В любом случае не следует канонизировать то или иное оформление.

Учащиеся по усмотрению учителя при выполнении самостоятельных работ могут вообще не записывать этапы построения — это рекомендуется делать в тех случаях, когда правильность выполнения построений может быть проверена по чертежу (например, построение линий пересечения двух параллельных плоскостей третьей) или на основании ответа (к задачам на вычисление).

В самостоятельные работы включены задачи на вычисление и доказательство по чертежам с символической записью условий (например, С — 21, вторые задачи). Делается это с целью систематического упражнения учащихся в чтении такого рода записей и устном «переводе» символических записей. Это позволяет также уменьшить время выполнения самостоятельной работы.

В других случаях, если собственно решение задачи не требует особенно много времени, учащиеся по тексту задачи должны сами составить чертеж и кратко записать условие задачи (ни в одном случае не требуется переписывать тексты заданий), что требуется найти или доказать.

Как правило, воспроизведение формулировок определений и теорем не требуется, нужны лишь краткие ссылки на них.

Многие задачи на вычисления, даже если в условии даны конкретные значения величин, рекомендуется вначале решить в общем виде, а затем уже подставить числовые данные. Это упростит само решение задачи, сделает более удобной проверку решения и, наконец, позволит более точно найти численное значение ответа. В этих случаях в ответах вначале приводится выражение искомой величины в общем виде, а затем — ее численное значение.

3. В дидактические материалы включены 7 контрольных работ по основным темам программы. Все варианты контрольных работ примерно одинаковой трудности.

Содержание контрольных работ в соответствии с конкретными условиями (например, наличие нескольких параллелей и пр.) может быть изменено по усмотрению учителя. Однако уровень требований, сложность и трудность заданий по сравнению с приведенными в контрольных работах повышать не следует.

Требования к оформлению контрольных такие же, как и для самостоятельных работ.

4. Дополнительные самостоятельные работы составлены также почти ко всем пунктам. Они могут быть использованы как дополнительные задания для тех, кто справился с основной самостоятельной работой. Они могут использоваться по усмотрению учителя и для индивидуальной работы с отдельными учащимися. Однако следует заметить, что содержание некоторых из них превышает уровень требований ко всем учащимся.

Для удобства работы к самостоятельным, контрольным и дополнительным самостоятельным работам приведены ответы.

При вычислении использовались четырехзначные таблицы, а окончательный ответ округлен до трех значащих цифр. Предполагается, что в IX классе на уроках геометрии будет широко применяться логарифмическая линейка.

В некоторых случаях к задачам даны и ответы на «легкие» вопросы, если есть опасность, что на них будет дан неполный ответ. Так, например, в планиметрии на вопрос «Сколько осей симметрии имеет отрезок AB?» нередко отвечают «Одну» (серединный перпендикуляр к отрезку AB), опуская еще одну ось — прямую AB.

Аналогично на вопрос «Сколько плоскостей симметрии имеет правильный треугольник?» должен следовать ответ «Четыре» (а не «три»): три плоскости, каждая из которых проходит через медиану треугольника перпендикулярно его плоскости, и сама плоскость треугольника.

Авторы приносят благодарность А. М. Абрамову и Б. Г. Зиву за содействие и помощь, оказанную ими при составлении дидактических материалов.

Замечания и пожелания по совершенствованию дидактических материалов просим направлять по адресу: Москва, 129846, 3-й проезд Марьиной рощи, 41, издательство «Просвещение», редакция математики.

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

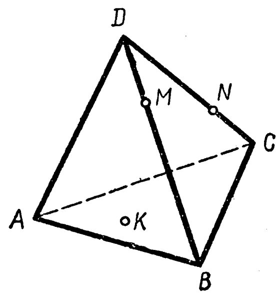
ВАРИАНТ № 1

С — 1 (к § 1—3) **№ 1**

1. Точка O — центр вписанной в равнобедренный треугольник ABC окружности, точка D — середина основания AC, $E \notin (ABC)$. Можно ли провести плоскость через прямую BE и точки D и O?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 и A_1BCD_1.

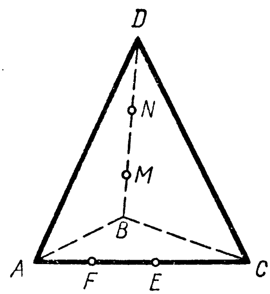
С — 2 (к § 4—5) **№ 1**



1. Через вершину треугольника ABC и точку $M \notin (ABC)$ проведите плоскость β так, чтобы линия пересечения плоскостей (ABC) и β была перпендикулярна прямой AB. Сколько таких различных плоскостей можно провести?

2. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M, N и K, если $K \in (ABC)$.

С — 3 (к § 6) **№ 1**



Дан тетраэдр $DABC$.

1) Укажите все пары ребер, лежащих на скрещивающихся прямых.

2) Каково взаимное расположение прямых MF и EN. Ответ обосновать.

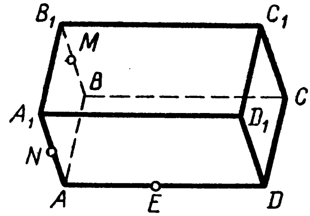
С — 4 (к § 7) **№ 1**

1. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b, если $a \parallel \alpha$ и $b \subset \alpha$?

2. Точки M и N — середины ребер AD и CD куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что прямая MN параллельна плоскости AA_1C.

С — 5 (к § 9—10) **№ 1**

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и E.



С — 6 (к § 10—11) **№ 1**

1. Через середины ребер AB, AC и AD тетраэдра $ABCD$ проведена плоскость. Докажите, что эта плоскость параллельна плоскости BCD.

2. Точка S лежит между параллельными плоскостями α и β, прямые l и m проходят через точку S, $\{A_1, A_2\} \subset l$, $\{B_1, B_2\} \subset m$, $\{A_1, B_1\} \subset \alpha$, $\{A_2, B_2\} \subset \beta$. Вычислите длины отрезков A_2S и B_2S, если $|A_1A_2| = 2\,|A_1S|$, $|A_1A_2| = 2$ *см*, $|B_1S| = 8$ *см*.

С — 7 (к § 12—13) **№ 1**

Постройте произвольный треугольник $A_1B_1C_1$ и, приняв его за параллельную проекцию правильного треугольника ABC, постройте проекцию:

а) серединного перпендикуляра к стороне AC;

б) центра окружности, вписанной в треугольник ABC;

в) перпендикуляра, проведенного из вершины C к стороне AC.

С — 8 (к § 14—15) **№ 1**

Укажите образы точек A, B и C при композиции преобразований $f_1 \circ f_2$, если

$$f_1(A) = B, \quad f_1(B) = C, \quad f_1(C) = A,$$
$$f_2(A) = A, \quad f_2(B) = C, \quad f_2(C) = B.$$

С — 9 (к § 16) **№ 1**

Сколько различных направлений в пространстве задают три различные точки?

С — 10 (к § 17—18) **№ 1**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный сумме $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CD}$.

С — 11 (к § 19—20) **№ 1**

1. $ABCD$ — прямоугольник. Докажите, что $\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{DA}$ (S — произвольная точка пространства).

2. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$.

С — 12 (к § 21—23) **№ 1**

1. Дан треугольник ABC. $D \in [BC]$ и $|BD| : |DC| = 1 : 2$; $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Выразите вектор $\overrightarrow{BD}$ через векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BB_1}$.

С — 13 (к § 24) **№ 1**

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $|AB| = |BC| = k$, $|BB_1| = 2k$.

Какой угол образуют:

а) векторы $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD_1}$,

б) прямые AC и AC_1,

в) прямые D_1C и A_1B_1?

С — 14 (к § 25—26) **№ 1**

1. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a. Вычислите скалярные произведения: а) $\overrightarrow{DC_1} \cdot \overrightarrow{AA_1}$, б) $\overrightarrow{DD_1} \cdot \overrightarrow{BC}$.

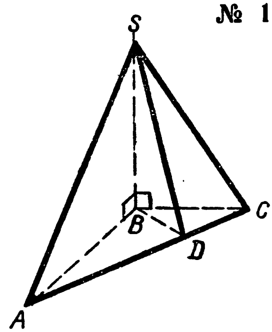
2. Центр описанной окружности лежит внутри треугольника ABC. Какой знак имеет скалярное произведение $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$?

С — 15 (к § 27) **№ 1**

1. На стороне AB треугольника ABC взята такая точка M, что $|AM| : |MB| = 1 : 1$. Вычислите $|MC|$, если $|AC| = a$, $|BC| = 2a$, $\widehat{ACB} = 60°$.

2. Вычислите угол между векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

С — 16 (к § 28) № 1



1. Из центра окружности $(O; r)$ проведен к ее плоскости перпендикуляр OP; $|OP| = 2$ *см*, $A \in (O; r)$. Вычислите расстояние $|AP|$, если $r = 6$ *см*.

2. $(SB) \perp (AB), (SB) \perp (BC), D \in [AC]$. Определите вид треугольника SBD.

С — 17 (к § 29) № 1

Длины ребер тетраэдра $ABCD$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра AB и перпендикулярной этому ребру. Определите вид треугольника, полученного в сечении.

С — 18 (к § 30) № 1

Отрезок AB расположен по одну сторону плоскости α и не перпендикулярен α. Отрезок A_1B_1 — проекция отрезка AB на плоскость α; $M \in [AB]$; $|AM| = |MB|$. Найдите расстояние от точки M до прямой A_1B_1, если $|AA_1| = 4$ *дм*, $|BB_1| = 6$ *дм*.

С — 19 (к § 31) № 1

Точки A и B лежат в плоскости, перпендикулярной прямой MN. Прямые MN и AB не пересекаются. Постройте образы A_1 и B_1 точек A и B при симметрии относительно прямой MN. Определите вид четырехугольника, вершинами которого являются точки A, B, B_1, A_1.

С — 20 (к § 32) № 1

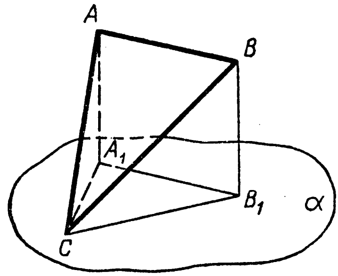
1. Сколько плоскостей симметрии имеет правильный треугольник? Покажите эти плоскости на чертеже.

2. Дана плоскость α и точки A и B, ей не принадлежащие; $(AB) \cap \alpha = \varnothing$, $A_1 = S_\alpha(A)$, $B_1 = S_\alpha(B)$. Какой вид имеет четырехугольник, вершинами которого являются точки A, B, B_1 и A_1?

С — 21 (к § 34) № 1

1. Через сторону AB квадрата $ABCD$ проведена плоскость, C_1 и D_1 — ортогональные проекции вершин C и D на эту плоскость. Вычислите диагонали четырехугольника ABC_1D_1 и определите вид этого четырехугольника, если $|AB| = 5$ *см*, $|CC_1| = 4$ *см*.

2. Дано: $|AB| = |BC| = |AC|$, $[AA_1] \perp \alpha$, $[BB_1] \perp \alpha$, $|CA_1| = |CB_1| = 8$ *см*, $\{A_1, C, B_1\} \subset \alpha$. Вычислите $|A_1B_1|$, если $|AA_1| = |BB_1| = 6$ *см*.



С — 22 (к § 35) № 1

Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна k. Найдите расстояние между прямыми AC и B_1D_1.

С — 23 (к § 36) № 1

Докажите, что боковое ребро правильной треугольной пирамиды перпендикулярно противоположному ребру.

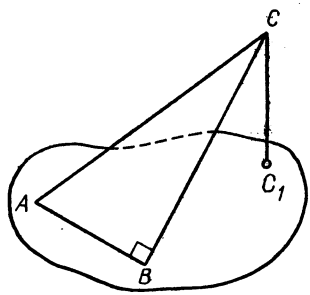
С — 24 (к § 37) № 1

1. Из точки P, отстоящей от плоскости β на 10 *см*, проведены к плоскости β наклонные PQ и PR ($Q \in \beta$, $R \in \beta$), образующие с плоскостью β углы в 45°, а между собой — угол в 60°. Вычислите расстояние $|QR|$.

2. Дано: $\{A, B\} \in \alpha$, $S \notin \alpha$; $|SA| = |SB|$. Докажите, что прямые SA и SB образуют с плоскостью α конгруэнтные углы.

С — 25 (к § 38) № 1

1. Через сторону AB прямоугольного треугольника ABC $(\widehat{B} = 90°)$ проведена плоскость, находящаяся от точки C на расстоянии 4 *см*. Вычислите угол, который образует эта плоскость с плоскостью треугольника ABC, если $|BC| = 8$ *см*.



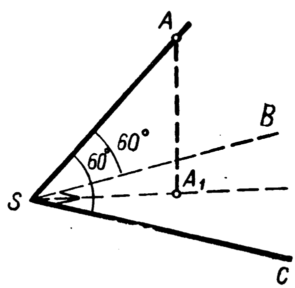
2. Дан двугранный угол. Из точки M, лежащей на одной из граней этого угла на расстоянии a от его ребра, проведен перпендикуляр к плоскости этой грани, пересекающей другую грань в точке K. Выразите длину перпендикуляра MK через a и величину α двугранного угла.

С — 26 (к § 39) № 1

В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный равнобедренный треугольник ABC. $\widehat{B} = 90°$, $\widehat{SBA} = \widehat{SBC} = 90°$, $|AB| = |BS| = a$. Вычислите площадь сечения, проведенного через ребро SB перпендикулярно плоскости грани SAC.

С — 27 (к § 41) № 1

1. Существует ли трехгранный угол, плоские углы которого равны: а) 180°, 100°, 120°; б) 20°, 50°, 100°; в) 30°, 40°, 50°?



2. В трехгранном угле $SABC$ $\widehat{BSC} = 90°$, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60°$, $|SA| = a$. Вычислите расстояние от точки A до плоскости BSC.

ВАРИАНТ № 2

С — 1 (к § 1—3) **№ 2**

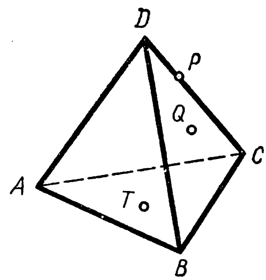
1. Точка O — центр окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, $M \notin (ABC)$. Можно ли провести плоскость через прямую MD и точки B и O?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 и ADD_1A_1.

С — 2 (к § 4—5) **№ 2**

1. Через вершину треугольника KLM и точку $P \notin (KLM)$ проведите плоскость так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью KLM была параллельна прямой KM. Сколько таких различных плоскостей можно провести?

2. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки P, Q и T, если $T \in (ABC)$, $Q \in (ACD)$.

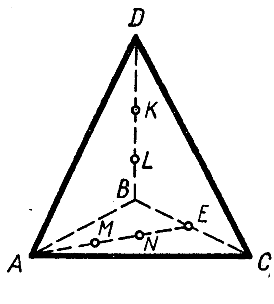


С — 3 (к § 6) **№ 2**

Дан тетраэдр $DABC$, $E \in [BC]$, $\{M, N\} \subset [AE]$, $\{K, L\} \subset [BD]$.

1) Каково взаимное расположение прямой AE и прямых, на которых лежат ребра тетраэдра?

2) Каково взаимное расположение прямых KN и ML? Ответ обосновать.



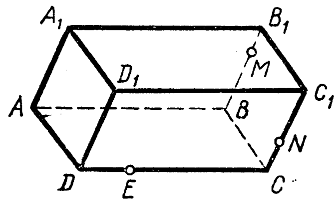
С — 4 (к § 7) **№ 2**

1. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b, если $a \parallel \alpha$, $b \parallel \alpha$?

2. Пересечение треугольника ABC и плоскости α — отрезок MN; $(AC) \parallel \alpha$. Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle MBN$.

С — 5 (к § 9—10) № 2

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и E.



С — 6 (к § 10—11) № 2

1. Через середины ребер AA_1, BB_1 и CC_1 куба проведена плоскость. Докажите, что эта плоскость параллельна плоскости ABC.

2. Точка S лежит между параллельными плоскостями α и β. Прямые l и m проходят через точку S, $\{A_1, A_2\} \subset l$, $\{B_1, B_2\} \subset m$, $\{A_1, B_1\} \subset \alpha$, $\{A_2, B_2\} \subset \beta$. Вычислите длины отрезков A_2B_2 и A_2S, если $|A_1B_1| = 18$ *см*, $|A_1S| = 24$ *см*, $|A_2S| = \frac{1}{3}|A_1A_2|$.

С — 7 (к § 12—13) № 2

Постройте произвольный параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$ и, приняв его за параллельную проекцию квадрата $ABCD$, постройте проекцию:

а) центра O окружности, описанной около этого квадрата;

б) перпендикуляра, проведенного из центра O к стороне AB;

в) прямой, проходящей через точку M ($M \in [AB]$, $3|AM| = |MB|$) и образующей угол 45° со стороной AB.

С — 8 (к § 14—15) № 2

Укажите образы точек A, B и C при композиции преобразований $f_2 \circ f_1$, если

$$f_1(A) = B, \qquad f_1(B) = C, \qquad f_1(C) = A,$$
$$f_2(A) = A, \qquad f_2(B) = C, \qquad f_2(C) = B.$$

С — 9 (к § 16) № 2

Сколько различных направлений в пространстве задают вершины тетраэдра?

С — 10 (к § 17—18) **№ 2**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный сумме $\overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A_1A}$.

С — 11 (к § 19—20) **№ 2**

1. M и N — середины сторон AB и BC параллелограмма $ABCD$. Выразите вектор $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$ через вектор $\overrightarrow{MN}$ (S — произвольная точка пространства).

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{CD}$.

С — 12 (к § 21—23) **№ 2**

1. Дан параллелограмм $ABCD$, $K \in [BC]$, $|BK| = |KC|$, $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AK}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $\overrightarrow{B_1A_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{B_1C_1} = \vec{b}$, $\overrightarrow{B_1B} = \vec{c}$. Разложите вектор $\overrightarrow{B_1M}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $M = [AC] \cap [BD]$.

С — 13 (к § 24) **№ 2**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $O = [AC] \cap [BD]$, M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Какой угол образуют:

а) векторы $\overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{OC_1}$,
б) прямые MN и OA_1,
в) прямые AC и OC_1?

С — 14 (к § 25—26) **№ 2**

1. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a. Вычислите скалярные произведения: а) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$, б) $\overrightarrow{C_1D} \cdot \overrightarrow{B_1A}$.

2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC, если $|AC| < |BC| < |AB|$ и $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} > 0$.

С — 15 (к § 27) № 2

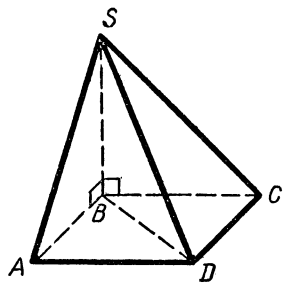
1. Точка K — середина стороны DE треугольника DEF. Вычислите расстояние $|FK|$, если $|DF| = m$, $|FE| = m\sqrt{2}$, $\widehat{DFE} = 135°$.

2. Вычислите угол между векторами $\vec{m}$ и $\vec{q} = \vec{m} - 2\vec{n} + 3\vec{p}$, где $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

С — 16 (к § 28) № 2

1. Точка O — центр квадрата со стороной 4 *см*; (AO) — прямая, перпендикулярная плоскости квадрата; $|AO| = 2\sqrt{2}$ *см*. Вычислите расстояния от точки A до вершин квадрата.

2. $\widehat{SBA} = \widehat{SBC} = 90°$. Определите вид треугольника SBD.



С — 17 (к § 29) № 2

Длины ребер тетраэдра $KCDM$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра DM и перпендикулярной ребру CM. Определите вид треугольника, полученного в сечении.

С — 18 (к § 30) № 2

$[KM_1]$ — проекция отрезка KM на плоскость β; $P \in [KM]$, $|KP| : |PM| = 1 : 2$. Найдите расстояние от точки P до прямой KM_1, если $|MM_1| = 9$ *см*.

С — 19 (к § 31) № 2

Плоскость равнобедренного треугольника KLM перпендикулярна прямой l, $M \in l$. Постройте треугольник K_1L_1M, симметричный треугольнику KLM относительно прямой l. Определите вид четырехугольника с вершинами K, L, L_1, K_1.

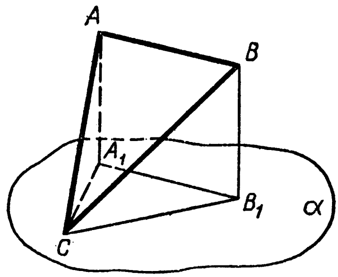
С — 20 (к § 32) **№ 2**

1. Сколько плоскостей симметрии имеет правильный шестиугольник? Покажите эти плоскости на чертеже.

2. Даны плоскость β и отрезок AB, ей не перпендикулярный, $\{A, B\} \not\subset \beta$. $A_1 = S_\beta(A)$, $B_1 = S_\beta(B)$. Какой вид имеет четырехугольник с вершинами в точках A, B, B_1 и A_1?

С — 21 (к § 34) **№ 2**

1. Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 4 *см* и 8 *см*. Через сторону AB этого прямоугольника проведена плоскость. Ортогональная проекция прямоугольника $ABCD$ на эту плоскость — квадрат. Вычислите расстояние от вершины C до этой плоскости.



2. Дано: $[AB] \parallel \alpha$, $\widehat{ACB} = 90°$, $[BB_1] \perp \alpha$, $[AA_1] \perp \alpha$. $\{A_1, C, B_1\} \subset \alpha$, $|CA_1| = 6$ *см*, $|CB_1| = 8$ *см*. Вычислите $|A_1B_1|$, если $|AA_1| = |BB_1| = 2$ *см*.

С — 22 (к § 35) **№ 2**

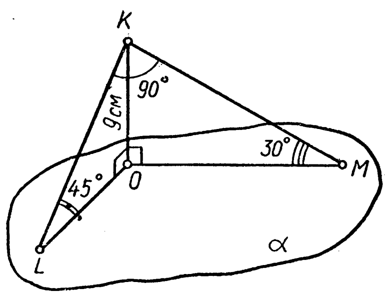
Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a. Найдите расстояние между прямыми AC и D_1D.

С — 23 (к § 36) **№ 2**

Докажите, что боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды перпендикулярно одной из диагоналей основания.

С — 24 (к § 37) **№ 2**

1. Из точки K, удаленной от плоскости α на 9 *см*, проведены к плоскости α наклонные KL и KM ($\{L, M\} \subset \alpha$), образующие между собой прямой угол, а с плоскостью α — углы в 45° и 30° соответственно. Вычислите расстояние $|LM|$.



2. Докажите, что боковые ребра правильной пирамиды образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы.

С — 25 (к § 38) № 2

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 10 *см* и 24 *см*. Вычислите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и образует угол в 30° с плоскостью треугольника.

2. Из точки K, взятой внутри двугранного угла, проведен перпендикуляр к его ребру. Он образует с гранями двугранного угла углы в 30° и 60°. Вычислите расстояния от точки K до граней двугранного угла, если K находится на расстоянии 5 *см* от его ребра.

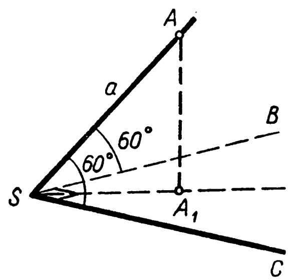
С — 26 (к § 39) № 2

Длина каждого ребра треугольной пирамиды $SABC$ равна a. Вычислите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проведенной через ребро SA и перпендикулярной плоскости грани SBC.

С — 27 (к § 41) № 2

1. Существует ли четырехгранный угол, плоские углы которого равны: а) 60°, 80°, 100°, 120°; б) 30°, 40°, 50°, 100°; в) 10°, 20°, 50°, 100°?

2. В трехгранном угле $SABC$ $\widehat{BSC} = 90°$, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60°$. Докажите, что ребро SA образует с плоскостью BSC угол в 45°.



ВАРИАНТ № 3

С — 1 (к § 1—3) **№ 3**

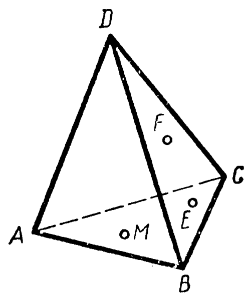
1. Ромб $ABCD$ лежит в плоскости α, $O = [AC] \cap [BD]$, $F \notin \alpha$. Можно ли провести плоскость через прямую FC и точки A и O?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей A_1BCD_1 и BDD_1B_1.

С — 2 (к § 4—5) **№ 3**

1. Через вершину квадрата $ABCD$ и точку $N \notin (ABC)$ проведите плоскость так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью ABC была параллельна прямой AC. Сколько различных плоскостей удовлетворяет условию задачи?

2. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M, E и F, если $\{M, E\} \subset (ABC)$, $F \in (BDC)$.



С — 3 (к § 6) **№ 3**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

1) Укажите все прямые, содержащие ребро куба и скрещивающиеся с прямой AA_1.

2) Каково взаимное расположение прямых A_1D и KC, если $K \in [AB]$? Ответ обосновать.

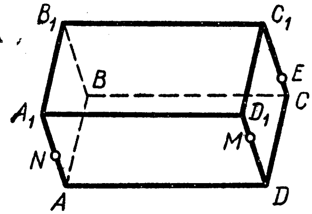
С — 4 (к § 7) **№ 3**

1. Известно, что $a \dot{-} b$, $a \parallel \alpha$. Укажите все возможные случаи взаимного расположения прямой b и плоскости α.

2. Плоскость α и прямая a параллельны одной и той же прямой b. Доказать: $a \parallel \alpha$.

С — 5 (к § 9—10) **№ 3**

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и E.



С — 6 (к § 10—11) **№ 3**

1. На ребрах AD, AC и AB тетраэдра $DABC$ взяты соответственно точки K, L и M, делящие ребра в отношении 3 : 1, считая от вершины A. Докажите, что $(KLM) \parallel (DBC)$.

2. Две прямые a и b, проходящие через точку A, пересечены двумя параллельными плоскостями α и β; $\{M_1, N_1\} \subset \alpha$, $\{M_2, N_2\} \subset \beta$, $\{M_1, M_2\} \subset a$, $\{N_1, N_2\} \subset b$. Вычислите длины отрезков N_2N_1 и M_1N_1, если $|AM_2| = 3\,|M_1M_2|$, $|M_2N_2| = 6$ *см*, $|N_1A| = 5$ *см*.

С — 7 (к § 12—13) **№ 3**

Постройте произвольный параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$ и, приняв его за параллельную проекцию прямоугольника $ABCD$, постройте проекцию:

а) центра O окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$;

б) серединных перпендикуляров к сторонам AB и BC;

в) прямой KM, если $K \subset [AB]$, $M \subset [BC]$, $3\,|AK| = |KB|$, $|BM| = |MC|$.

С — 8 (к § 14—15) **№ 3**

Задано преобразование f_1,

$f_1(A) = B, \quad f_1(B) = D, \quad f_1(C) = C, \quad f_1(D) = A.$

Укажите образы точек A, B, C и D при преобразовании f_2, если $f_1 \circ f_2 = E$.

С — 9 (к § 16) **№ 3**

Сколько различных направлений в пространстве задают вершины треугольной призмы?

С — 10 (к § 17—18) **№ 3**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный сумме $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{DA_1} + \overrightarrow{B_1B}$.

С — 11 (к § 19—20) **№ 3**

1. Точка M — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$. Выразите вектор $\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD}$ через вектор $\overrightarrow{BM}$ (S — произвольная точка пространства).

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Перечислите все упорядоченные пары вершин параллелепипеда, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AD}$.

С — 12 (к § 21—23) **№ 3**

1. Дан параллелограмм $KLMN$, $A \in [MN]$, $|MA| : |AN| = 1 : 2$, $\overrightarrow{KL} = \vec{a}$, $\overrightarrow{KN} = \vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AK}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Дан тетраэдр $ABCD$, $K \in [BC]$, $|CK| = |KB|$; $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Выразите вектор $\overrightarrow{DK}$ через векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

С — 13 (к § 24) **№ 3**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, P и Q — середины сторон BC и CD соответственно, $O = [AC] \cap [BD]$. Какой угол образуют:

а) векторы $\overrightarrow{QP}$ и $\overrightarrow{OD_1}$,

б) прямые QP и OD_1,

в) прямые OP и OD_1?

С — 14 (к § 25—26) **№ 3**

1. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a. Вычислите скалярные произведения: а) $\overrightarrow{A_1D} \cdot \overrightarrow{CC_1}$, б) $\overrightarrow{A_1D} \cdot \overrightarrow{CB_1}$.

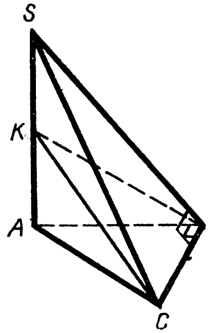
2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC, если $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$.

С — 15 (к § 27) **№ 3**

1. На стороне MN треугольника MNE взята точка P такая, что $|MP| : |PN| = 1 : 1$. Вычислите расстояние $|PE|$, если $|ME| = 2a$, $|EN| = 3a$, $\widehat{MEN} = 120°$.

2. Вычислите угол между векторами $\vec{c}$ и $\vec{p} = 12\vec{a} + 4\vec{b} - 3\vec{c}$, где $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

С — 16 (к § 28) **№ 3**



1. Из центра O правильного шестиугольника $ABCDEF$ проведен перпендикуляр OK к его плоскости. Вычислите длину отрезка OK, если $|AB| = 12$ *см*, $|AK| = 15$ *см*.

2. $\widehat{SBC} = \widehat{ABC} = 90°$. $K \in [AS]$. Определите вид треугольника KBC.

С — 17 (к § 29) **№ 3**

Длины ребер тетраэдра $MNPQ$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра MP и перпендикулярной ребру MQ. Определите вид треугольника, полученного в сечении.

С — 18 (к § 30) **№ 3**

Даны прямая PQ и плоскость β. $[P_1Q_1]$ — проекция отрезка PQ на плоскость β; $M \in [PQ]$, $|PM| : |MQ| = 2 : 1$. Вычислите расстояние от точки M до прямой P_1Q_1, если $|PP_1| = 1$ *см*, $|QQ_1| = 10$ *см*.

С— 19 (к § 31) **№ 3**

Плоскость равнобедренного прямоугольного треугольника PQR ($\widehat{PQR} = 90°$) перпендикулярна прямой l ($Q \in l$). Постройте треугольник P_1QR_1, симметричный треугольнику PQR относительно прямой l. Определите вид четырехугольника с вершинами P, R, R_1, P_1.

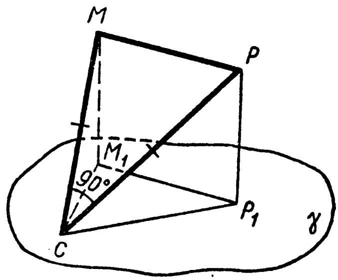
С — 20 (к § 32) **№ 3**

1. Сколько плоскостей симметрии имеет равнобедренный треугольник? Покажите эти плоскости на чертеже.

2. Даны плоскость α и отрезок AB, ей не перпендикулярный. Какой вид имеет четырехугольник с вершинами в точках A, B, B_1, A_1, где $A_1 = S_\alpha(A)$, $B_1 = S_\alpha(B)$?

С — 21 (к § 34) **№ 3**

1. Через основание равнобедренного треугольника ABC проведена плоскость. Ортогональная проекция треугольника ABC на эту плоскость — равносторонний треугольник ABC_1. Вычислите расстояние от вершины C до этой плоскости, если $|AB| = 10$ *см*, $|BC| = |AC| = 13$ *см*.



2. Дано $\widehat{MCP} = 90°$, $|MC| = |PC|$, $[MP] \parallel \gamma$, $[MM_1] \perp \gamma$, $[PP_1] \perp \gamma$, $\{C, M_1, P_1\} \subset \gamma$, $|MM_1| = |PP_1| = 3$ *см*, $|M_1C| = 4$ *см*. Вычислите $|M_1P_1|$.

С — 22 (к § 35) **№ 3**

Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна b. Найдите расстояние между прямыми B_1D_1 и C_1C.

С — 23 (к § 36) **№ 3**

Дана правильная пятиугольная пирамида $SABCDE$ (S — вершина пирамиды). Докажите, что $(AS) \perp (CD)$.

С — 24 (к § 37) **№ 3**

1. Из точки A, удаленной от плоскости γ на расстояние a, проведены к плоскости γ наклонные AB и AC ($\{B, C\} \subset \gamma$) под углом 30° к плоскости; их проекции на плоскость γ образуют угол в 120°. Вычислите расстояние $|BC|$.

2. Докажите, что высоты боковых граней правильной пирамиды, проведенные из вершины пирамиды, образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы.

С — 25 (к § 38) № 3

1. Дан треугольник ABC. $\widehat{A} = 90°$. $|AB| = 9$ *см*. Через сторону AC проведена плоскость α, образующая с плоскостью треугольника ABC угол в $30°$. Вычислите расстояние от вершины B до плоскости α.

2. Точка A, взятая внутри двугранного угла в $60°$, удалена от каждой из граней на расстояние a. Найдите расстояние от точки A до ребра двугранного угла.

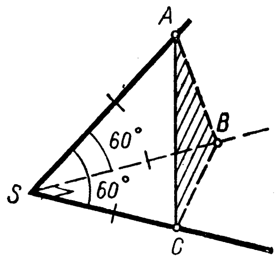
С — 26 (к § 39) № 3

Вершина S пирамиды $SABC$ проектируется на ребро AB. Вычислите площадь сечения пирамиды плоскостью, проведенной через ребро SC и перпендикулярной грани SAB, если $|SA| = |SB| = |AC| = |BC| = |AB| = 4$ *см*.

С — 27 (к § 41) № 3

1. Существует ли четырехгранный угол, плоские углы которого равны: а) $1°$, $2°$, $101°$, $202°$; б) $1°$, $2°$, $3°$, $4°$; в) $50°$, $100°$, $125°$, $150°$?

2. Дан трехгранный угол $SABC$. $\widehat{BSC} = 90°$, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60°$. Докажите, что плоскость, отсекающая от ребер этого угла отрезки равной длины, перпендикулярна плоскости угла BSC.



ВАРИАНТ № 4

С — 1 (к § 1—3) **№ 4**

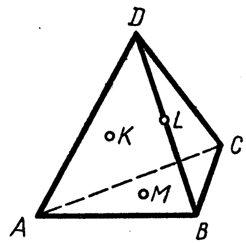
1. Пусть O — точка пересечения высот треугольника ABC, D — середина стороны AC; $K \notin (ABC)$. При каком условии можно провести плоскость через прямую KB и точки O и D?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите линию пересечения плоскостей ABC_1D_1 и A_1B_1CD.

С — 2 (к § 4—5) **№ 4**

1. $a \subset \alpha$. Через точку $N \notin \alpha$ проведите плоскость так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью α была параллельна прямой a. Сколько решений имеет задача?

2. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M, L и K, если $K \in (ADC)$, $M \in (ABC)$, $L \in [BD]$.



С — 3 (к § 6) **№ 4**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

1) Укажите все прямые, содержащие ребро куба и скрещивающиеся с прямой CD.

2) Каково взаимное расположение прямых B_1D и KC_1 ($K \in [AB]$)? Ответ обосновать.

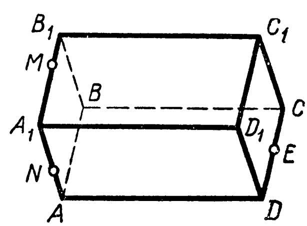
С — 4 (к § 7) **№ 4**

1. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b, если $a \subset \alpha$, $b \not\subset \alpha$, $b \parallel \alpha$?

2. Точки M и N — середины ребер AB и AC тетраэдра $ABCD$. Докажите, что прямая MN параллельна плоскости BCD.

С — 5 (к § 9—10) **№ 4**

Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и E.



С — 6 (к § 10—11) **№ 4**

1. Через середины трех ребер параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, исходящих из вершины A, проведена плоскость. Докажите, что эта плоскость параллельна плоскости BDA_1.

2. Прямые l и m, проходящие через точку S, пересечены двумя параллельными плоскостями α и β, $\{A_1, A_2\} \subset l$, $\{B_1, B_2\} \subset m$, $\{A_1, B_1\} \subset \alpha$, $\{A_2, B_2\} \subset \beta$. Вычислите длины отрезков A_2S и B_2S, если $|A_1A_2| = 0{,}5\,|A_1S|$, $|A_1A_2| = 2$ *см*, $|B_1S| = 8$ *см*.

С — 7 (к § 12—13) **№ 4**

Отметьте три произвольные точки A_1, B_1 и C_1, не лежащие на одной прямой и, приняв эти точки за параллельные проекции вершин A, B и C правильного шестиугольника $ABCDEF$, постройте проекцию:

а) этого шестиугольника;

б) центра окружности, описанной около этого шестиугольника.

С — 8 (к § 14—15) **№ 4**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и заданы преобразования f_1 и f_2.

Преобразование f_1 отображает каждую вершину куба на вершину, ей симметричную относительно точки пересечения диагоналей куба.

$f_2(A) = B$, $f_2(B) = A$, $f_2(C) = D$, $f_2(D) = C$,
$f_2(A_1) = B_1$, $f_2(B_1) = A_1$, $f_2(C_1) = D_1$, $f_2(D_1) = C_1$.

Укажите образы вершин данного куба при композиции преобразований $f_1 \circ f_2$.

С — 9 (к § 16) **№ 4**

Сколько различных направлений в пространстве задают вершины куба?

С — 10 (к § 17—18) **№ 4**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите вектор, равный сумме $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.

С — 11 (к § 19—20) **№ 4**

1. Точки M и N — середины параллельных сторон AB и CD трапеции $ABCD$, $O \notin (ABC)$. Выразите вектор $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ через векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$.

2. Перечислите все упорядоченные пары вершин правильной шестиугольной призмы, которые задают ненулевые векторы, коллинеарные вектору $\overrightarrow{AC}$ (основания призмы — шестиугольники $ABCDEF$ и $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$).

С — 12 (к § 21—23) **№ 4**

1. Дан параллелограмм $ABCD$, $K \in [AB]$, $|AK| = |KB|$, $L \in$ $\in [DC]$, $|CL| = 0{,}5\,|DL|$. Выразите вектор $\overrightarrow{KL}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

2. Дан параллелепипед $PLMNP_1L_1M_1N_1$. Разложите вектор $\overrightarrow{L_1N}$ по векторам $\overrightarrow{P_1P}$, $\overrightarrow{P_1L}$ и $\overrightarrow{P_1N_1}$.

С — 13 (к § 24) **№ 4**

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $|AB| =$ $= |BB_1| = a$, $|BC| = 2a$. $O = [AC] \cap [BD]$. Какой угол образуют:

а) векторы $\overrightarrow{OA_1}$ и $\overrightarrow{AO}$,
б) прямые OA_1 и OC,
в) прямые OA_1 и CD?

С — 14 (к § 25—26) **№ 4**

1. Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна a, точки M и N — середины ребер AB и AD соответственно. Вычислите скалярные произведения: а) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C_1B_1}$, б) $\overrightarrow{C_1C} \cdot \overrightarrow{BA}$.

2. Укажите положение центра окружности, описанной около треугольника ABC, если $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} < 0$.

С — 15 (к § 27) **№ 4**

1. На стороне AB треугольника ABC взята точка M так, что $|AM| : |MB| = 2 : 1$. Вычислите расстояние $|CM|$, если $|AC| =$ $= 6$, $|BC| = 4$, $\widehat{ACB} = 120°$.

2. Вычислите угол между векторами $\vec{a} = \vec{m} - 2\vec{n} - \vec{p}$ и $\vec{b} =$ $= \vec{m} - 2\vec{n} + \vec{p}$, где $\vec{m}$, $\vec{n}$ и $\vec{p}$ — единичные взаимно перпендикулярные векторы.

С — 16 (к § 28) **№ 4**

1. (OA) — перпендикуляр к плоскости α, $O \in \alpha$, $|AO| = 10$ *см*. Из точки A проведены прямые AB и AC ($B \in \alpha$, $C \in \alpha$) так, что $\widehat{OAB} = 30°$, $\widehat{OAC} = 45°$. Вычислите длины отрезков AB и AC.

2. Сторона правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна a. $\widehat{SAB} = \widehat{SAF} = 90°$. Определите вид треугольника SAD, если $|AS| = 2a$.

С — 17 (к § 29) **№ 4**

Через середину M ребра AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведите сечение этого куба плоскостью, перпендикулярной прямой AC. Определите вид многоугольника, полученного в сечении.

С — 18 (к § 30) **№ 4**

$[B_1C_1]$ — проекция отрезка BC на плоскость α; $D \in [BC]$. $|BD| : |DC| = 1 : 3$. Вычислите расстояние от точки D до прямой B_1C_1, если $|CC_1| = 7$ *см*, $|BB_1| = 5$ *см*.

С — 19 (к § 31) **№ 4**

Дана прямая l и точки C и D, не лежащие на ней; $C_1 = S_l\ (C)$, $D_1 = S_l\ (D)$. Как расположены точки C и D относительно прямой l, если четырехугольник с вершинами C, D, D_1, C_1 является параллелограммом?

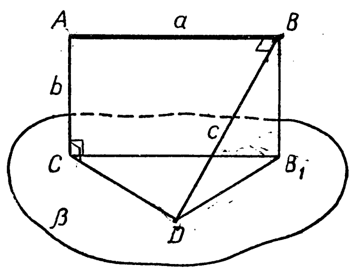
С — 20 (к § 32) **№ 4**

1. Сколько плоскостей симметрии имеет правильный пятиугольник? Покажите эти плоскости на чертеже.

2. Отрезок KM параллелен плоскости δ, $K_1 = S_\delta\,(K)$, $M_1 = S_\delta\,(M)$. Докажите, что отрезки KM_1 и K_1M конгруэнтны.

С — 21 (к § 34) **№ 4**

1. Диагонали ромба равны 1 *дм* и 3 *дм*. Через одну из диагоналей ромба проведена плоскость α. Ортогональная проекция ромба на эту плоскость — квадрат. Вычислите расстояние от вершины острого угла ромба до плоскости α.



2. Из концов отрезка AB, параллельного плоскости β, проведены к этой плоскости перпендикуляр AC и наклонная BD ($C \in \beta$, $D \in \beta$, $[BD] \perp [AB]$). Вычислите длину отрезка CD, если $|AB| = a$, $|AC| = b$, $|BD| = c$.

С — 22 (к § 35) **№ 4**

В основании пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$; длина каждого ребра пирамиды равна a. Найдите расстояние между прямыми SA и BD.

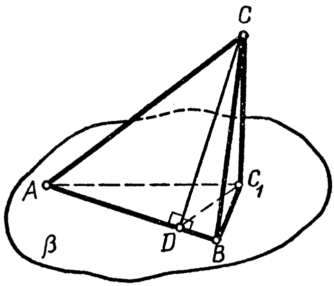
С — 23 (к § 36) **№ 4**

Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S — вершина пирамиды). Докажите, что $(AS) \perp (BF)$.

С — 24 (к § 37) **№ 4**

1. Из точки M, отстоящей от плоскости α на расстоянии a, проведены к этой плоскости наклонные MN и ML ($\{L, N\} \in \alpha$), образующие с плоскостью α углы в $30°$ и $60°$. Проекции этих наклонных на плоскость α лежат на одной прямой. Вычислите расстояние $|NL|$.

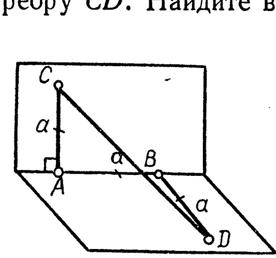
2. Дано: $[CC_1] \perp \beta$, $\{A, B, C_1\} \subset \beta$, $[CD] \perp [AB]$, $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABC_1}$. Вычислите $\widehat{CDC_1}$.



С — 25 (к § 38) **№ 4**

1. Длины всех ребер тетраэдра $ABCD$ равны. Через сторону AB проведена плоскость, перпендикулярная ребру CD. Найдите величину двугранного угла, образованного этой плоскостью с плоскостью грани ABC.

2. A и B — точки ребра двугранного угла величиной в $120°$. $[AC]$ и $[BD]$ — отрезки прямых, перпендикулярных ребру двугранного угла, проведенные в разных гранях. Вычислите расстояние $|CD|$, если $|AB| = |AC| = |BD| = a$.



С — 26 (к § 39) **№ 4**

Вычислите площадь сечения правильной треугольной пирамиды $SABC$ (S — вершина) плоскостью, проведенной через сторону AB основания перпендикулярно ребру SC, если $|AB| = a$ и высота пирамиды равна b.

С — 27 (к § 41) **№ 4**

1. Два плоских угла трехгранного угла равны $60°$ и $80°$. Какому условию должна удовлетворять величина x третьего плоского угла?

2. Два плоских угла трехгранного угла равны $45°$, двугранный угол между ними — прямой. Вычислите третий плоский угол.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К — 1 **№ 1**

1. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через ребро CC_1 и точку пересечения диагоналей грани AA_1D_1D.

Вычислите периметр сечения, если длина ребра куба равна 2 *см*.

2. Дано: $a \parallel b$, $A \notin a$, $A \notin b$. Через точку A проведите плоскость α, параллельную каждой из данных прямых.

К — 1 **№ 2**

1. Середины ребер AB, BC и DC тетраэдра $ABCD$ — точки M, N и P соответственно. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти точки.

Вычислите периметр сечения, если $|AC| = 10$ *см*, $|BD| = 12$ *см*.

2. Даны пересекающиеся прямые a и b, $M \notin a$, $M \notin b$. Через точку M проведите плоскость, параллельную каждой из данных прямых.

К — 1 **№ 3**

1. Постройте сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через ребро AD и точку пересечения диагоналей грани $A_1B_1C_1D_1$

Вычислите периметр сечения, если $|DD_1| = 12$ *см*, $|C_1D_1| = 10$ *см*, $|A_1D_1| = 15$ *см*.

2. Плоскости α и β пересекаются, $A \in \alpha$, $A \notin \beta$. В плоскости α проведите прямую, проходящую через точку A и параллельную плоскости β.

К — 1 **№ 4**

1. Точки A, B и C — соответственно середины ребер MK, MN и PK тетраэдра $MPNK$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через эти точки.

Вычислите периметр сечения, если $|PM| = 8$ *см*, $|KN| = 6$ *см*.

2. Дано: $a \dot{-} p$, $A \notin a$, $A \notin p$. Через точку A проведите плоскость, параллельную прямым a и p.

К — 2 **№ 1**

1. Постройте сечение тетраэдра $ABCD$ плоскостью, проходящей через точку пересечения медиан грани BCD параллельно грани ACD.

2. Постройте параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$. Считая этот параллелограмм изображением квадрата $ABCD$, постройте изображение перпендикуляров, проведенных из точки O ($[AC] \cap [BD] = O$) к сторонам квадрата $ABCD$.

К —2 **№ 2**

1. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $M \in [AC]$, $|CM| : |CA| = 1 : 3$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости BC_1D.

2. Постройте параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$. Считая этот параллелограмм изображением ромба $ABCD$, постройте изображение высоты ромба, проведенной из вершины A, если $\widehat{B} = 60°$.

К — 2 **№ 3**

1. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, O — точка пересечения диагоналей грани $ABCD$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку O параллельно плоскости AB_1C_1.

2. Постройте произвольный треугольник $A_1B_1C_1$. Считая его изображением правильного треугольника ABC, постройте изображение центра окружности, описанной около треугольника ABC.

К — 2 **№ 4**

1. O — точка пересечения медиан грани ABC тетраэдра $ABCD$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра AC и параллельной плоскости ADO.

2. Постройте параллелограмм $A_1B_1C_1D_1$. Считая этот параллелограмм изображением прямоугольника $ABCD$, постройте изображение перпендикуляров, проведенных из точки O ($[AC] \cup [BD] = O$) к сторонам прямоугольника $ABCD$.

К — 3 **№ 1**

1. Дан параллелограмм $ABCD$, $[BD] \cap [AC] = O$; $M \in [BD]$, $|BM| = |MO|$, $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$. Выразите вектор $\overrightarrow{BM}$ через векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Дан тетраэдр $ABCD$; точка K — середина ребра AC, точка M — середина отрезка KD, $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$. Разложите вектор $\overrightarrow{BM}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

К — 3 **№ 2**

1. В треугольнике ABC точка M — середина стороны AB, точка N — середина стороны AC, $[CM] \cap [BN] = O$, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{BO}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$; $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Разложите вектор $\overrightarrow{AM}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, если $M = [DC_1] \cap [D_1C]$.

К — 3 **№ 3**

1. Дан треугольник ABC; O — точка пересечения его медиан, $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AO}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $\overrightarrow{B_1A_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{B_1C_1} = \vec{b}$, $\overrightarrow{B_1B} = \vec{c}$. Разложите вектор $\overrightarrow{B_1M}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $M = [AC] \cap [BD]$.

К — 3 **№ 4**

1. Дан параллелограмм $ABCD$, $[BD] \cap [AC] = O$, $M \in [BC]$, $|BM| = |MC|$, $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$, $\overrightarrow{AO} = \vec{q}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

2. Дан тетраэдр $ABCD$, точка E — середина ребра BC, точка M — середина отрезка DE, $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Разложите вектор $\overrightarrow{AM}$ по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

К — 4 **№ 1**

1. $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $(\widehat{\vec{b}, \vec{c}}) = 60°$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{c})$.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Вычислите угол между векторами: а) $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{BC}$, б) $\overrightarrow{BC_1}$ и $\overrightarrow{BK}$, где K — середина ребра DD_1.

К — 4 **№ 2**

1. $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{c})$, если $|\vec{a}| = 1$.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Вычислите угол между векторами: а) $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AD_1}$, б) $\overrightarrow{BD_1}$ и $\overrightarrow{MA_1}$, где M — середина ребра AD.

К — 4 **№ 3**

1. $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \widehat{(\vec{a}, \vec{c})} = \widehat{(\vec{b}, \vec{c})} = 60°$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a})$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Вычислите угол между векторами: а) $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{AB}$, б) $\overrightarrow{BC_1}$ и $\overrightarrow{AK}$, где K — середина ребра DD_1.

К — 4 **№ 4**

1. $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \widehat{(\vec{a}, \vec{c})} = 60°$, $\vec{b} \perp \vec{c}$. Вычислите скалярное произведение $(\vec{a} - 2\vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c})$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = k$.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Вычислите угол между векторами: а) $\overrightarrow{A_1C}$ и $\overrightarrow{BD}$, б) $\overrightarrow{BK}$ и $\overrightarrow{BC_1}$, где K — середина ребра AA_1.

К — 5 **№ 1**

1. Из точки O пересечения диагоналей квадрата $ABCD$ проведен перпендикуляр OH к плоскости ABC. Докажите, что $(BD) \perp (HC)$.

2. Через сторону KN прямоугольника $KLMN$ проведена плоскость так, что длина проекции одной из сторон прямоугольника на эту плоскость равна 4 *см*. Вычислите длину проекции диагонали KM на эту плоскость, если $|KL| = 12$ *см*, $|LM| = 3$ *см*.

К — 5 **№ 2**

1. Из вершины B квадрата $ABCD$ проведен перпендикуляр BF к плоскости этого квадрата. Докажите, что $(AC) \perp (DF)$.

2. Через вершину B треугольника ABC проведена плоскость, не совпадающая с плоскостью ABC и параллельная его стороне AC. Проекция треугольника ABC на эту плоскость — прямоугольный треугольник A_1BC_1 ($\widehat{A_1BC_1} = 90°$). Вычислите длину стороны AC, если $|BA_1| = 9$ *см*, $|BC_1| = 12$ *см*.

К — 5 **№ 3**

1. Из середины D стороны AC равнобедренного треугольника ABC ($|AB| = |BC|$) проведен к его плоскости перпендикуляр DK. Докажите, что $(AC) \perp (BK)$.

2. Через сторону AB квадрата $ABCD$ проведена плоскость. Проекция одной из сторон квадрата $ABCD$ на эту плоскость равна 3 *см*. Вычислите проекцию на эту плоскость одной из диагоналей квадрата, если известно, что $|AB| = 6$ *см*.

К — 5 № 4

1. Из точки O пересечения диагоналей ромба $ABCD$ проведен к его плоскости перпендикуляр OM. Докажите, что $(BD) \perp (MC)$.

2. Через вершину N треугольника MNL ($|MN| = |NL|$, $|ML| = 6$ *см*) проведена плоскость α параллельно стороне ML. Проекция одной из сторон этого треугольника на плоскость α равна 5 *см*. Вычислите длину проекции на плоскость α медианы ND этого треугольника.

К — 6 № 1

1. Через вершину A правильного треугольника ABC проведена плоскость α параллельно стороне BC так, что сторона AC составляет с этой плоскостью угол 30°.

Вычислите длину проекции медианы AD треугольника ABC на плоскость α, если $|AB| = 12$ *см*.

2. Из вершины A прямого угла треугольника ABC проведен перпендикуляр AM к плоскости треугольника. Вычислите расстояние от точки M до стороны BC треугольника, если $|AM| = 1$ *см*, $|AB| = 3$ *см*, $|AC| = 4$ *см*.

К — 6 № 2

1. Через сторону AD ($|AD| = 20$ *см*) квадрата $ABCD$ проведена плоскость α так, что точка C находится от нее на расстоянии 10 *см*.

а) На каком расстоянии от плоскости α находится точка пересечения диагоналей квадрата?

б) Вычислите угол, под которым диагональ квадрата наклонена к плоскости α.

2. Из центра O правильного треугольника KLP со стороной 4 *см* проведен перпендикуляр OM к плоскости треугольника. Вычислите расстояние от точки M до одной из сторон треугольника, если $|OM| = 2$ *см*.

К — 6 № 3

1. Через сторону AB прямоугольника $ABCD$ со сторонами 4 *см* и 8 *см* проведена плоскость γ. Проекция прямоугольника на плоскость γ — квадрат. Вычислите: а) расстояние от вершины C до плоскости γ, б) угол, под которым диагональ прямоугольника наклонена к плоскости γ.

2. Из вершины N параллелограмма $MNPQ$ ($\widehat{M} = 45°$) проведен к плоскости параллелограмма перпендикуляр ND. Вычислите расстояние от точки D до прямой MQ, если $|MN| = 5$ *см*, $|ND| = 10$ *см*.

К — 6 **№ 4**

1. Через катет AB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость β; (BC) образует с плоскостью β угол 45°. Вычислите: а) расстояние от вершины C до плоскости β, если $|AC| = 2$ *см*, б) угол, под которым гипотенуза AC наклонена к плоскости β.

2. Из вершины D треугольника DKC проведен перпендикуляр DN к плоскости этого треугольника. Вычислите расстояние от точки N до прямой KC, если $|KD| = |DC| = 10$ *см*, $|KC| = 16$ *см*, $|DN| = 3$ *см*.

К — 7 **№ 1**

1. Правильные треугольники ABC и DBC расположены так, что вершина D проектируется в центр треугольника ABC. Вычислите угол между плоскостями этих треугольников.

2. Плоскости двух конгруэнтных прямоугольных трапеций $ABCD$ и $KDCM$ взаимно перпендикулярны. Вычислите расстояние $|BK|$, если $[CD] \perp [BC]$, $[CD] \perp [CM]$, $|BC| = |DK| = 3$ *см*, $|DC| = 4$ *см*.

К — 7 **№ 2**

1. Проекцией прямоугольника $ABCD$ на плоскость γ является квадрат A_1BCD_1. Вычислите величину угла между плоскостью γ и плоскостью прямоугольника, если $|AB| : |BC| = 2 : 1$.

2. Плоскости двух конгруэнтных равнобедренных прямоугольных треугольников ABC и ACD, имеющих общую гипотенузу, взаимно перпендикулярны. Вычислите расстояние между их вершинами B и D, если $|AB| = 3$ *см*.

К — 7 **№ 3**

1. Проекцией треугольника ABC на плоскость β является равносторонний треугольник A_1BC. Вычислите угол между плоскостью треугольника ABC и плоскостью β, если $|BC| = 8$ *см*, $|AB| = |AC| = 10$ *см*.

2. Плоскости правильного треугольника KLM и квадрата $KMNP$ взаимно перпендикулярны. Вычислите расстояние между точками L и N, если $|KM| = a$.

К — 7 **№ 4**

1. Квадраты $ABCD$ и $FLCD$ расположены так, что проекция стороны FL на плоскость квадрата $ABCD$ проходит через центр этого квадрата. Вычислите угол между плоскостями этих квадратов.

2. Два конгруэнтных прямоугольных треугольника ABC $(\widehat{B} = 90°)$ и ABD $(\widehat{A} = 90°)$ расположены так, что их плоскости взаимно перпендикулярны. Вычислите расстояние между вершинами C и D, если $|AB| = 4$ *см*, $|AD| = |BC| = 3$ *см*.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

ВАРИАНТ № 1

ДС — 1 (к § 1—3) **№ 1**

1. Даны 10 точек, причем каждые четыре из них лежат в одной плоскости. Докажите, что все эти точки лежат в одной плоскости.

2. Найдите объединение всех прямых, пересекающих прямую a и проходящих через точку M ($M \notin a$).

ДС — 2 (к § 4—5) **№ 1**

Даны три прямые a, b и c; $a \dot{-} b$; a и c — пересекающиеся прямые. Проведите прямую, пересекающую прямые a и c и параллельную прямой b.

ДС — 3 (к § 6) **№ 1**

1. Прямые a и b различны и параллельны; прямая c пересекает плоскость, в которой лежат прямые a и b. Проведите прямую, пересекающую все три данные прямые.

2. Даны две скрещивающиеся прямые a и b, точки A и B прямой a, точки C и D прямой b. Докажите, что прямые AC и BD скрещиваются.

ДС — 4 (к § 7) **№ 1**

Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, проходящее через точки B_1 и D_1 и середину ребра CD. Докажите, что сечение куба этой плоскостью — трапеция, и вычислите площадь этой трапеции, если $|AB| = a$.

ДС — 5 (к § 9) **№ 1**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, M — середина ребра D_1C_1. Постройте: а) точку пересечения прямой AM с плоскостью грани BCC_1B_1; б) линию пересечения плоскости A_1AM с плоскостью грани BCC_1B_1.

ДС — 6 (к § 10—11) № 1

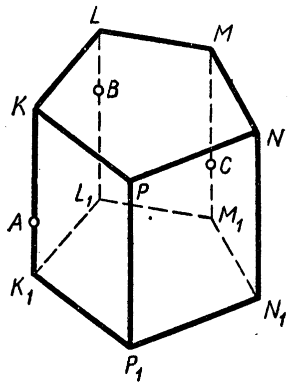
1. Попарно параллельные прямые l, m и n не лежат в одной плоскости, $\{A, A_1\} \subset l$, $\{B, B_1\} \subset m$, $\{C, C_1\} \subset n$, $(AB) \parallel (A_1B_1)$, $(BC) \parallel (B_1C_1)$.

Докажите, что $(AC) \parallel (A_1C_1)$.

2. Сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проходит через диагональ AC и середину ребра A_1B_1. Вычислите периметр этого сечения, если $|AB| = a$, $|AD| = b$, $|AA_1| = 0{,}5\ c$.

ДС — 7 (к § 12—13) № 1

Скопируйте чертеж в тетрадь и постройте сечение данной пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки A, B и C.



ДС — 8 (к § 14—15) № 1

1. Дана точка O. Каждой точке M, отличной от точки O, ставится в соответствие такая точка M_1, что $M_1 \in [OM)$, $|OM_1| = 2|OM|$. Точка O отображается на себя. Является ли заданное отображение пространства на себя: а) преобразованием пространства, б) перемещением?

2. Дан треугольник ABC и точка O $(O \notin (ABC))$. $A_1 = Z_0(A)$, $B_1 = Z_0(B)$, $C_1 = Z_0(C)$. Докажите, что $(A_1B) \parallel (AB_1)$, $(AC_1) \parallel (CA_1)$.

ДС — 9 (к § 16) № 1

Обладает ли свойством транзитивности:

а) параллельность прямых в пространстве,

б) перпендикулярность прямых на плоскости,

в) конгруэнтность,

г) противоположная направленность лучей,

д) отношение «больше», «меньше», «равно»?

ДС — 10 (к § 17—18) **№ 1**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите такой вектор $\vec{x}$, задаваемый парой вершин этого параллелепипеда, что $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{D_1B} + \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{BA_1} + \vec{x} = \overrightarrow{DC}$.

ДС — 11 (к § 19—20) **№ 1**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA_1}$, где O — произвольная точка пространства.

ДС — 12 (к § 21—23) **№ 1**

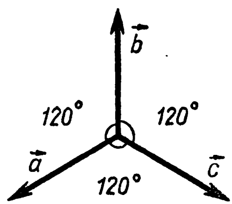
1. $[AD]$ — медиана треугольника ABC. Докажите, что $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

2. Диагонали параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. Разложите вектор $\overrightarrow{CO}$ по трем векторам: $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

ДС — 13 (к § 24) **№ 1**

1. Даны три вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Найдите сумму $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

2. Данный вектор $\vec{x}$ представьте в виде суммы двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, длина каждого из которых равна $|\vec{x}|$.



ДС — 14 (к § 25—26) **№ 1**

1. Докажите, что $(\vec{a} + \vec{b})^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2 = 4\vec{a}\vec{b}$.

2. Вычислите $(\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{a} - \vec{b})^2$ ($\vec{a}$ и $\vec{b}$ — единичные векторы).

ДС — 15 (к § 27) **№ 1**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Вычислите угол φ между прямыми BD_1 и A_1B, если $|AB| = |BC| = a$, $|AA_1| = 2a$, $(AA_1) \perp (ABC)$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

ДС — 16 (к § 28) **№ 1**

Найдите множество всех точек пространства, равноудаленных от вершин данного квадрата.

ДС — 17 (к § 29) **№ 1**

В основании прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной a, $M \in [AA_1]$. Через точку M проведена плоскость, перпендикулярная прямой, проходящей через центры квадратов $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. Вычислите площадь полученного сечения.

ДС — 18 (к § 30) **№ 1**

Ортогональная проекция квадрата на некоторую плоскость — отрезок длиной a. Какой может быть длина x стороны этого квадрата?

ДС — 19 (к § 31) **№ 1**

Укажите все оси симметрий, при которых куб отображается на себя.

ДС — 20 (к § 32) **№ 1**

Укажите все плоскости симметрий, при которых куб отображается на себя.

ДС — 21 (к § 34) **№ 1**

Через сторону AB основания правильной треугольной пирамиды $SABC$ проведена плоскость, перпендикулярная противоположному боковому ребру SC. Вычислите расстояние от вершины S пирамиды до плоскости сечения, если сторона основания пирамиды равна a, а боковое ребро равно b.

ДС — 22 (к § 35) **№ 1**

Длина каждого ребра тетраэдра $SABC$ равна a. Вычислите расстояние между прямыми SA и BC.

ДС — 23 (к § 36) **№ 1**

Длина каждого ребра тетраэдра $ABCD$ равна a. Построено сечение ADK ($K \in [BC]$, $[KD] \perp [BC]$) и в плоскости ADK из вершины A проведен перпендикуляр AM к отрезку KD. Докажите, что $(AM) \perp (BCD)$.

ДС — 24 (к § 37) **№ 1**

Докажите, что высоты боковых граней правильной треугольной пирамиды, проведенные из вершины основания, образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы.

ДС — 25 (к § 38) **№ 1**

Из точки A плоскости α проведена наклонная AD под углом φ к плоскости α; через прямую AD проведена плоскость γ под углом ψ к плоскости α. Вычислите угол x, образованный прямой AD и ребром a двугранного угла $\alpha a \gamma$.

ДС — 26 (к § 39) **№ 1**

Основанием пирамиды является правильный треугольник; одна из боковых граней пирамиды перпендикулярна плоскости основания, две другие грани образуют с плоскостью основания углы в 30°. Какие углы с плоскостью основания образуют боковые ребра?

ДС — 27 (к § 41) **№ 1**

Найдите множество всех точек, равноудаленных от граней трехгранного угла.

ВАРИАНТ № 2

ДС — 1 (к § 1—3) **№ 2**

1. В пространстве даны 10 прямых, каждая из которых пересекает все остальные; никакие три из этих прямых не проходят через одну и ту же точку. Докажите, что все эти прямые лежат в одной плоскости.

2. Прямые a и b пересекаются в точке O. Найдите объединение всех прямых, пересекающих прямые a и b и не проходящих через точку O.

ДС — 2 (к § 4—5) **№ 2**

Даны три прямые m, n и l; $m \dot{-} n$, m и l — пересекающиеся прямые. Проведите прямую, пересекающую прямые m и n и параллельную прямой l.

ДС — 3 (к § 6) **№ 2**

1. Различные параллельные прямые a и b лежат в плоскости α; $c \cap \alpha = A$; $p \cap \alpha = B$. Проведите прямую, пересекающую все четыре данные прямые.

2. Докажите, что все прямые, пересекающие одну из двух скрещивающихся прямых и параллельные другой, лежат в одной плоскости.

ДС — 4 (к § 7) **№ 2**

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведено сечение через середины ребер AD, AB и D_1C_1. Докажите, что сечение — правильный шестиугольник и вычислите площадь этого шестиугольника, если $|AB| = a$.

ДС — 5 (к § 9) **№ 2**

Дан параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$, D — середина ребра K_1N_1. Постройте: а) точку пересечения прямой LD с плоскостью грани K_1L_1MN, б) линию пересечения плоскостей LL_1D и KMM_1.

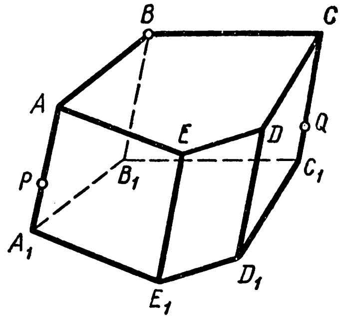
ДС — 6 (к § 10—11) **№ 2**

1. Прямые a, b и c не лежат в одной плоскости и имеют общую точку O, $\{A, A_1\} \subset a$, $\{B, B_1\} \subset b$, $\{C, C_1\} \subset c$, $(AB) \parallel (A_1B_1)$, $(BC) \parallel (B_1C_1)$. Докажите, что $(AC) \parallel (A_1C_1)$.

2. Сечение прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проходит через диагональ B_1D_1 и точку $M \in [AB]$. Вычислите периметр этого сечения, если $|AM| : |MB| = 1 : 3$, $|AB| = |AD| = b$, $|AA_1| = c$.

ДС — 7 (к § 12—13) **№ 2**

Скопируйте чертеж в тетрадь и постройте сечение данной пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через точки P, B и Q.



ДС — 8 (к § 14—15). **№ 2**

1. Дана точка P. Каждой точке K, отличной от точки P, ставится в соответствие такая точка K_1, что $K_1 \in [PK]$, $|PK| = 2\,|KK_1|$. Точка P отображается на себя. Является ли заданное отображение: а) преобразованием пространства; б) перемещением?

2. Дан квадрат $KLMN$ и точка O; $O \notin (KLM)$, $K_1 = Z_0(K)$, $L_1 = Z_0(L)$, $M_1 = Z_0(M)$. Докажите, что $(K_1L) \parallel (KL_1)$ и $(KM_1) \parallel$ $\parallel (K_1M)$.

ДС — 9 (к § 16) **№ 2**

Обладает ли свойством рефлексивности:

а) параллельность прямых в пространстве,
б) перпендикулярность прямых на плоскости,
в) конгруэнтность,
г) противоположная направленность лучей,
д) отношение «больше или равно»?

ДС — 10 (к § 17—18) **№ 2**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите такой вектор $\vec{y}$, задаваемый парой вершин этого параллелепипеда, что $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{CD_1} + \vec{y} + \overrightarrow{A_1C_1} = \overrightarrow{DB}$.

ДС — 11 (к § 19—20) **№ 2**

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CC_1}| = |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CC_1}|$.

ДС — 12 (к § 21—23) **№ 2**

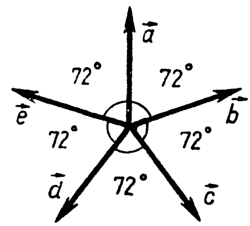
1. Дан параллелограмм $ABCD$. Докажите, что $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

2. Диагонали параллелепипеда $PLMNP_1L_1M_1N_1$ пересекаются в точке O. Разложите вектор $\overrightarrow{N_1O}$ по трем векторам: $\overrightarrow{PP_1}$, $\overrightarrow{PL}$ и $\overrightarrow{PN}$.

ДС — 13 (к § 24) **№ 2**

1. Даны пять компланарных векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$. $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}| = |\vec{e}|$.

Найдите сумму $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}$.



2. Данный вектор $\vec{a}$ представьте в виде суммы двух векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$, образующих углы равной величины с вектором $\vec{a}$, при условии $|\vec{x}| = |\vec{y}|$.

ДС — 14 (к § 25—26) **№ 2**

1. Докажите, что $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — единичные векторы.

2. Вычислите $(\vec{a} + \vec{b})^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2$, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — единичные векторы и $\vec{a} \perp \vec{b}$.

ДС — 15 (к § 27) **№ 2**

Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $(AA_1) \perp (ABC)$, $\widehat{ABC} = 120°$, $|AB| = |BC| = a$, $|BB_1| = 2a$. Вычислите угол φ между прямыми BD_1 и DC_1.

ДС — 16 (к § 28) **№ 2**

Найдите множество всех точек пространства, равноудаленных от вершин данного правильного шестиугольника.

ДС — 17 (к § 29) **№ 2**

В основании прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной b. Через точку M ($M \in [AA_1]$) проведена плоскость, перпендикулярная ребру AA_1. Вычислите площадь полученного сечения.

ДС — 18 (к § 30) **№ 2**

Ортогональная проекция равностороннего треугольника на некоторую плоскость — отрезок длиной b. Какой может быть длина x стороны этого треугольника?

ДС — 19 (к § 31) **№ 2**

Укажите все оси симметрий, при которых правильная шестиугольная призма отображается на себя.

ДС — 20 (к § 32) **№ 2**

Укажите все плоскости симметрий, при которых правильная шестиугольная призма отображается на себя.

ДС — 21 (к § 34) **№ 2**

Через сторону основания правильной четырехугольной пирамиды проведена плоскость, перпендикулярная апофеме противоположной боковой грани. Вычислите расстояние от вершины пирамиды до плоскости сечения, если сторона основания и апофема пирамиды равны a.

ДС — 22 (к § 35) **№ 2**

Длина стороны основания правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$ равна a. Вычислите расстояние между ребром SA (S — вершина пирамиды) и стороной основания CD, если $|SA| = a\sqrt{3}$.

ДС — 23 (к § 36) **№ 2**

В правильной пятиугольной пирамиде $SABCDE$ (S — вершина пирамиды) проведено сечение ASK ($K \in [CD]$ и $|CK| = |KD|$) и в плоскости ASK проведен перпендикуляр AM к отрезку SK. Докажите, что $[AM] \perp (CDS)$.

ДС — 24 (к § 37) **№ 2**

Докажите, что высоты боковых граней правильной четырехугольной пирамиды, проведенные из вершины основания, образуют с плоскостью основания конгруэнтные углы.

ДС — 25 (к § 38) **№ 2**

Дан двугранный угол $\alpha a \beta$, $\widehat{\alpha a \beta} = 60°$, $A \in a$. Через точку A в плоскости α проведена прямая AD, образующая угол 30° с прямой a. Вычислите угол φ, образованный прямой AD с плоскостью β.

ДС — 26 (к § 39) **№ 2**

Основанием пирамиды служит квадрат. Две из боковых граней пирамиды перпендикулярны к плоскости основания, а две другие образуют с ним углы в 45°. Вычислите углы, образованные с плоскостью основания боковыми ребрами.

ДС — 27 (к § 41) **№ 2**

Найдите множество всех точек, равноудаленных от ребер трехгранного угла.

ОТВЕТЫ К САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ

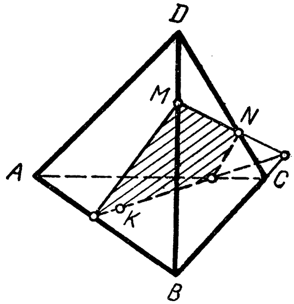


Рис. 1

С — 1

Вар. 1. **2.** Прямая BD_1.
Вар. 2. **2.** Прямая AD_1.
Вар. 3. **2.** Прямая BD_1.
Вар. 4. **2.** Прямая, проходящая через точки пересечения диагоналей граней AA_1D_1D и BB_1C_1C.

С — 2

Вар. 1. **1.** Через одну из вершин треугольника проводим прямую l, перпендикулярную прямой AB. Искомая плоскость проходит через прямую l и точку M. **2.** См. рис. 1.

Вар. 2. **1.** Через одну из вершин треугольника проводим прямую l, параллельную прямой KM. Искомая плоскость проходит через прямую l и точку P. **2.** См. рис. 2.

Вар. 3. **2.** См. рис. 3.

Вар. 4. **1.** Задача имеет бесконечное множество решений. Любая плоскость, проходящая через точку N и прямую, лежащую в плоскости α и параллельную прямой a — искомая. **2.** См. рис. 4.

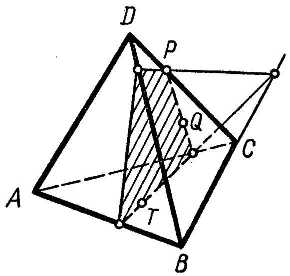


Рис. 2

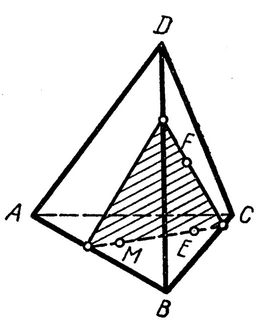


Рис. 3

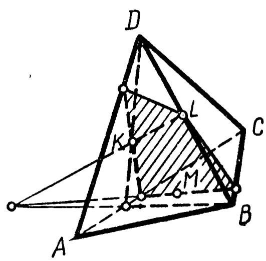


Рис. 4

С — 3

Вар. 1. **1.** $[AD]$ и $[BC]$, $[AC]$ и $[DB]$, $[CD]$ и $[AB]$. **2.** $(MF) \dot{-} (EN)$.

Вар. 2. **1.** $(AE) \dot{-} (DB)$, $(AE) \dot{-} (CD)$; прямая AE пересекает каждую из прямых AD, AC, AB и BC. **2.** $(ML) — (NK)$.

Вар. 3. **1.** Прямые B_1C_1, C_1D_1, CB, CD. **2.** $(A_1D) \dot{-} (KC)$.

Вар. 4. **1.** Прямые AA_1, BB_1, A_1D_1, B_1C_1. **2.** $(B_1D) \dot{-} (KC_1)$, если $K \neq A$.

С — 4

Вар. 1. **1.** Прямые a и b могут быть скрещивающимися, параллельными или пересекаться (если $a \subset \alpha$).

Вар. 2. **1.** Прямые a и b могут быть скрещивающимися, параллельными или пересекаться.

Вар. 3. **1.** Прямая b пересекает плоскость α или ей параллельна.

Вар. 4. **1.** Прямые a и b могут быть параллельными или скрещивающимися.

С — 5

Вар. 1. См. рис. 5.
Вар. 2. См. рис. 6.
Вар. 3. См. рис. 7.
Вар. 4. См. рис. 8.

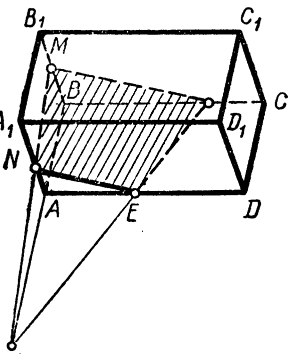


Рис. 5

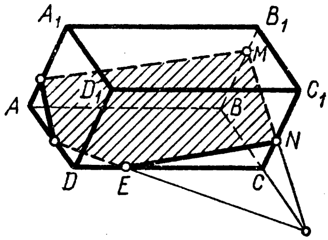


Рис. 6

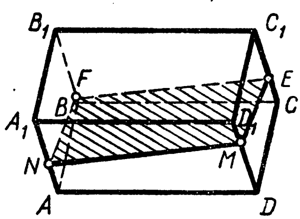


Рис. 7

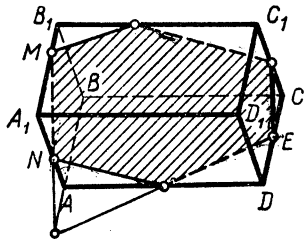


Рис. 8

С — 6

Вар. 1. 2. 1 *см*, 8 *см*.
Вар. 2. 2. 9 *см*, 12 *см*.
Вар. 3. 2. 2,5 *см* и 4 *см* или 1,25 *см* и 8 *см*.
Вар. 4. 2. 6 *см* и 12 *см* или 2 *см* и 4 *см*.

С — 8

Вар. 1. $A \to B$, $B \to A$, $C \to C$.
Вар. 2. $A \to C$, $B \to B$, $C \to A$.
Вар. 3. $A \to D$, $B \to A$, $C \to C$, $D \to B$.
Вар. 4. $A \to D_1$, $B \to C_1$, $C \to B_1$, $D \to A_1$, $A_1 \to D$, $B_1 \to C$, $C_1 \to B$, $D_1 \to A$.

С — 9

Вар. 1. Шесть или два.
Вар. 2. Двенадцать.
Вар. 3. Двадцать.
Вар. 4. Двадцать шесть.

С — 10

Вар. 1. $\overrightarrow{AD_1}$. *Вар. 2.* $\overrightarrow{AC_1}$. *Вар. 3.* $\overrightarrow{CB_1}$. *Вар. 4.* $\overrightarrow{DC}$.

С — 11

Вар. 1. 2. (A, C), (C, A), (A_1, C_1), (C_1, A_1).

Вар. 2. 1. $-2\overrightarrow{MN}$. 2. (C, D), (D, C), (A, B), (B, A), (A_1, B_1), (B_1, A_1), (D_1, C_1), (C_1, D_1).

Вар. 3. 1. $-2\overrightarrow{BM}$. 2. (A, D), (D, A), (C, B), (B, C), (C_1, B_1), (B_1, C_1), (A_1, D_1), (D_1, A_1).

Вар. 4. 1. $-0{,}5\,(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$. 2. (A, C), (C, A), (D, F), (F, D), (A_1, C_1), (C_1, A_1), (F_1, D_1), (D_1, F_1).

С — 12

Вар. 1. 1. $\frac{1}{3}(\vec{c} - \vec{b})$. 2. $\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1}$.

Вар. 2. 1. $\vec{m} + 0{,}5\vec{n}$. 2. $\overrightarrow{B_1M} = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Вар. 3. 1. $-\left(\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}\right)$. 2. $0{,}5\,(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$.

Вар. 4. 1. $\vec{b} + \frac{1}{6}\vec{a}$. 2. $2\overrightarrow{P_1P} + \overrightarrow{P_1N_1} - \overrightarrow{P_1L}$.

С — 13

Вар. 1. а) $\cos x = \frac{\sqrt{10}}{10} \approx 0{,}3162$, $x \approx 71°34'$; б) $\operatorname{tg} x = \sqrt{2} \approx$ $\approx 1{,}414$, $x \approx 54°44'$; в) $\operatorname{tg} x = 2$, $x \approx 63°26'$.

Вар. 2. а) $\operatorname{tg} x = \sqrt{2}$, $x \approx 54°44'$; б) $\operatorname{tg} x = \sqrt{2} \approx 1{,}414$, $x \approx 54°44'$; в) $\operatorname{tg} x = \sqrt{2} \approx 1{,}414$, $x \approx 54°44'$.

Вар. 3. а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{2}$, $x \approx 125°16'$; б) $\approx 54°44'$; в) $\cos x = -\frac{\sqrt{6}}{6} \approx$ $\approx -0{,}4081$, $x \approx 114°03'$.

Вар. 4. а) $\operatorname{tg} x = -\frac{2}{5}\sqrt{5} \approx -0{,}8944$, $x \approx 138°11'$; б) $\approx 41°49'$; в) $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{2} \approx 2{,}828$, $x \approx 70°32'$.

С — 14

Вар. 1. 1. а) a^2; б) 0. 2. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} > 0$.

Вар. 2. 1. а) a^2; б) $2a^2$. 2. Центр лежит внутри треугольника.

Вар. 3. 1. а) $-a^2$; б) $-2a^2$. 2. Центр описанной окружности — середина отрезка AB.

Вар. 4. 1. а) $-0{,}5a^2$, б) 0. 2. Центр описанной окружности лежит вне треугольника ABC.

С — 15

Вар. 1. 1. $\frac{a}{2}\sqrt{7}$. 2. 45°.

Вар. 2. 1. $\frac{1}{2}m$. 2. $\cos \varphi \approx \frac{\sqrt{14}}{14} \approx 0{,}267$, $\varphi \approx 74°30'$.

Вар. 3. 1. $\frac{a}{2}\sqrt{7}$. 2. $\cos \varphi = -\frac{3}{13} \approx -0{,}2308$, $\varphi \approx 103°15'$.

Вар. 4. 1. $\frac{2}{3}\sqrt{13} \approx 2{,}40$. 2. $\cos x = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667$, $x \approx 48°46'$.

С — 16

Вар. 1. 1. $\sqrt{40}$ *см* $\approx 6{,}33$ *см*. 2. Прямоугольный треугольник, $\widehat{SBD} = 90°$.

Вар. 2. 1. 4 *см*. 2. Прямоугольный треугольник, $\widehat{SBD} = 90°$.

Вар. 3. 1. 9 *см*. 2. Прямоугольный треугольник, $\widehat{KBC} = 90°$.

Вар. 4. 1. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ *см* $\approx 11{,}5$ *см*; $10\sqrt{2}$ *см* $\approx 14{,}1$ *см*. 2. Прямоугольный равнобедренный треугольник, $|SA| = |AD|$, $\widehat{SAD} = 90°$.

З а м е ч а н и е. В формулировках задач С — 16 и других работ термин «проекция фигуры» означает: «ортогональная проекция» (см. с. 73 «Геометрии 9—10»).

С — 18

Вар. 1. 5 *дм*.

Вар. 2. 3 *см*.

Вар. 3. 7 *см* или $6\frac{1}{3}$ *см*.

Вар. 4. 5,5 *см* или 2 *см*.

С — 19

Вар. 1. В общем случае параллелограмм.

Вар. 2. Параллелограмм (если $|KM| = |ML|$, то прямоугольник).

Вар. 3. Квадрат.

Вар. 4. Точки C и D должны лежать в плоскости, перпендикулярной прямой l и $(CD) \cap l = \varnothing$. Точки C и D могут также лежать в одной плоскости с прямой l и быть одинаково удалены от нее. В этом случае четырехугольник CC_1D_1D — прямоугольник.

С — 20

Вар. 1. 1. Четыре.

Вар. 2. 1. Семь.

Вар. 3. 1. Две.

Вар. 4. 1. Шесть.

С — 21

Вар. 1. 1. Прямоугольник; $\sqrt{34}$ *см* $\approx 5{,}83$ *см*. 2. 10 *см*.

Вар. 2. 1. $4\sqrt{3}$ *см* $\approx 6{,}93$ *см*. 2. $\sqrt{108}$ *см* $\approx 10{,}4$ *см*.

Вар. 3. 1. $\sqrt{69}$ *см* $\approx 8{,}31$ *см*. 2. $5\sqrt{2}$ *см* $\approx 7{,}07$ *см*.

Вар. 4. 1. $\sqrt{2}$ *дм* $\approx 1{,}41$ *дм*. 2. $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$.

С — 22

Вар. 1. k.

Вар. 2. $\frac{a\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707a$.

Вар. 3. $\frac{b\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707b$.

Вар. 4. $\frac{a}{2}$. Искомое расстояние $|OK|$ удобно найти из равенства $|AO| \cdot |SO| = |AS| \cdot |OK|$ (рис. 9).

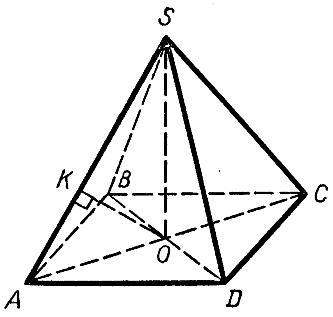


Рис. 9

С — 24

Вар. 1. 1. $10\sqrt{2}$ *см* $\approx 14{,}1$ *см*.

Вар. 2. 1. $9\sqrt{6}$ *см* $\approx 22{,}0$ *см*.

Вар. 3. 1. $3a$.

Вар. 4. 1. $\frac{4}{3}a\sqrt{3}$ или $\frac{2}{3}a\sqrt{3}$. 2. $60°$.

С — 25

Вар. 1. **1.** 30°. **2.** $a \operatorname{ctg} \alpha$.

Вар. 2. **1.** $\approx 4{,}62$ *см.* **2.** $2{,}5$ *см* и $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ *см* $\approx 4{,}32$ *см.*

Вар. 3. **1.** $4{,}5$ *см.* **2.** $2a$.

Вар. 4. **1.** $35^\circ 15'$. **2.** $2a$.

С — 26

Вар. 1. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}354\ a^2$.

Вар. 2. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}354\ a^2$.

Вар. 3. 6 *см*^{2}.

Вар. 4. $\frac{3a^2b}{4\sqrt{a^2+3b^2}}$.

С — 27

Вар. 1. **1.** а), б) нет; в) да. **2.** $\frac{a\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707\ a$.

Вар. 2. **1.** а), в) нет; б) да.

Вар. 3. **1.** а), в) нет; б) да.

Вар. 4. **1.** $20^\circ < x < 140^\circ$. **2.** 60°.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

К — 1

Вар. 1. **1.** $2(2+\sqrt{5})$ *см* $\approx 8{,}47$ *см.*
Вар. 2. **1.** 22 *см.*
Вар. 3. **1.** 56 *см.*
Вар. 4. **1.** 14 *см.*

К — 3

Вар. 1. **1.** $\frac{1}{2}\left(\frac{\vec{n}}{2}-\vec{m}\right)$. **2.** $\frac{1}{4}\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

Вар. 2. **1.** $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$. **2.** $\frac{\vec{a}}{2}+\vec{b}+\frac{\vec{c}}{2}$.

Вар. 3. **1.** $\frac{2}{3}\left(\vec{a}-\frac{\vec{b}}{2}\right)$. **2.** $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$.

Вар. 4. **1.** $\vec{q}+\frac{\vec{p}}{2}$. **2.** $\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

К — 4

Вар. 1. **1.** 2,5. **2.** а) 135°, б) $x = 45°$.

Вар. 2. **1.** 1. **2.** а) 60°, б) $\cos x = \frac{1}{\sqrt{15}}$, $x \approx 75°2'$.

Вар. 3. **1.** —0,5. **2.** а) 135°, б) $\cos x = \frac{3}{\sqrt{10}}$, $x \approx 18°27'$.

Вар. 4. **1.** $-k^2$. **2.** а) 90°, б) $\cos x = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $x \approx 71°34'$.

К — 5

Вар. 1. $(BD) \perp (AC)$, так как прямые AC и BD содержат диагонали квадрата; $(BD) \perp (OH)$, так как (OH) — перпендикуляр и плоскости квадрата $ABCD$. Следовательно, $(BD) \perp (OHC)$. По определению перпендикуляра к плоскости $(BD) \perp (HC)$. **2.** 5 *см.*

Вар. 2. **1.** Решается аналогично задаче 1 вар. 1. **2.** 15 *см.*

Вар. 3. **1.** Решается аналогично задаче 1 вар. 1. **2.** $3\sqrt{5}$ *см* $\approx$ **6,71** *см.*

Вар. 4. **1.** Решается аналогично задаче 1 вар. 1. **2.** 4 *см.*

К — 6

Вар. 1. **1.** $6\sqrt{2}$ *см* $\approx 8{,}49$ *см.* **2.** $2{,}6$ *см.*

Вар. 2. **1.** а) 5 *см*, б) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}3535$, $x \approx 20°42'$.

2. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ *см* $\approx 2{,}31$ *см.*

Вар. 3. **1.** а) $4\sqrt{3}$ *см* $\approx 6{,}93$ *см*, б) $\operatorname{tg} x = \sqrt{1{,}5} \approx 1{,}225$, $x \approx 50°46'$. **2.** $7{,}5\sqrt{2}$ *см* $\approx 10{,}6$ *см.*

Вар. 4. **1.** а) 1 *см*, б) $\sin x = 0{,}5$, $x = 30°$. **2.** $3\sqrt{5}$ *см* $\approx 6{,}71$ *см.*

К — 7

Вар. 1. **1.** $\cos x = \frac{1}{3} \approx 0{,}3333$, $x \approx 70°32'$. **2.** $\sqrt{34}$ *см* $\approx 5{,}83$ *см.*

Вар. 2. **1.** 60°. **2.** 3 *см.*

Вар. 3. **1.** $\cos x = \frac{2\sqrt{7}}{7} \approx 0{,}756$, $x \approx 40°54'$. **2.** $a\sqrt{2} \approx 1{,}41\ a$.

Вар. 4. **1.** $x = 60°$. **2.** $\sqrt{34}$ *см* $\approx 5{,}83$ *см.*

ОТВЕТЫ К ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ САМОСТОЯТЕЛЬНЫМ РАБОТАМ

ДС — 1

Вар. 1. 2. Плоскость, проходящая через заданные прямую и точку.

Вар. 2. Плоскость, определяемая заданными пересекающимися прямыми, за исключением их точки пересечения.

ДС — 4

Вар. 1. $\frac{9}{8}a^2$.

Вар. 2. $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \approx 1{,}30\ a^2$.

ДС — 6

Вар. 1. 2. $\frac{1}{2}(\sqrt{a^2+c^2} + 3\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2})$.

Вар. 2. 2. $\frac{5}{4}b\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{16c^2+9b^2}$.

ДС — 7

Вар. 1. См. рис. 10. *Вар. 2.* См. рис. 11.

ДС — 8

Вар. 1. 1. а) Да; б) нет. *Вар. 2.* 1. а) Да; б) нет.

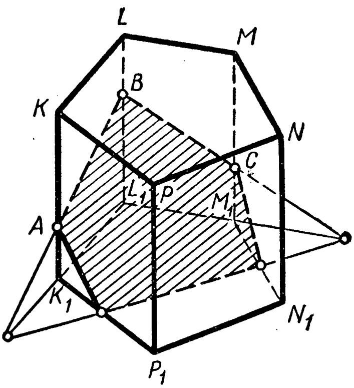


Рис. 10

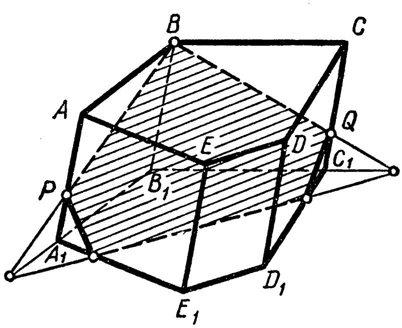


Рис. 11

ДС — 9

Вар. 1. а), в), д) Да; б), г) нет.
Вар. 2. а), в), д) Да; б), г) нет.

ДС — 10

Вар. 1. $\overrightarrow{A_1C}$. *Вар. 2.* $\overrightarrow{C_1B}$.

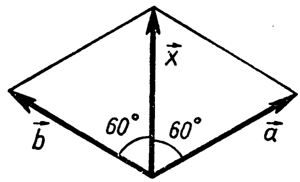


Рис. 12

ДС — 12

Вар. 1. 2. $0{,}5\ \overrightarrow{AA_1} - 0{,}5\ \overrightarrow{AB} - 0{,}5\ \overrightarrow{AD}$.
Вар. 2. 2. $0{,}5\ \overrightarrow{PL} - 0{,}5\ \overrightarrow{PN} - 0{,}5\ \overrightarrow{PP_1}$.

ДС — 13

Вар. 1. 1. $\vec{0}$. 2. См. рис. 12.

Вар. 2. 1. $\vec{0}$. 2. Задача имеет бесконечное множество решений; должны выполняться условия: $2\,|\vec{x}|\cos\alpha = 2|\vec{y}|\cos\alpha = |\vec{a}|$.

ДС — 14

Вар. 1. 2. 4. *Вар. 2.* 2. 0.

ДС — 15

Вар. 1. $\cos\varphi = 0{,}9$, $\varphi \approx 25°50'$.
Вар. 2. $\cos\varphi = 0{,}7$, $\varphi \approx 45°36'$.

ДС — 16

Вар. 1. Прямая, перпендикулярная плоскости квадрата и проходящая через его центр симметрии.

Вар. 2. Прямая, перпендикулярная плоскости шестиугольника и проходящая через его центр симметрии.

ДС — 18

Вар. 1. $\frac{a\sqrt{2}}{2} \leqslant x \leqslant a$. *Вар. 2.* $b \leqslant x \leqslant \frac{2b\sqrt{3}}{3}$.

ДС — 19

Вар. 1. Девять осей симметрии.
Вар. 2. Семь осей симметрии.

ДС — 20

Вар. 1. Девять плоскостей симметрии.
Вар. 2. Семь плоскостей симметрии.

ДС — 21

Вар. 1. $\frac{2b^2 - a^2}{2b}$. *Вар. 2.* 0,5 a.

ДС — 22

Вар. 1. $\frac{a\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707\,a$. *Вар. 2.* $\frac{a\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}225\,a$.

ДС — 25

Вар. 1. $\sin x = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$.

Вар. 2. $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0{,}433$, $\varphi \approx 25^\circ 40'$.

ДС — 26

Вар. 1. $\operatorname{tg} x = 0{,}5$, $x \approx 26^\circ 34'$ $\operatorname{tg} y = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0{,}289$, $y \approx 16^\circ 7'$.

Вар. 2. 90°, 45°, 45°, $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}707$, $x \approx 35^\circ 16'$.

УКАЗАТЕЛЬ ПРИМЕНЯЕМЫХ СИМВОЛОВ

(AB)	Прямая AB
$[AB]$	отрезок AB
$[AB)$	луч AB
$\|AB\|$	расстояние от точки A до точки B (длина отрезка AB)
$\{A, B\}$	множество с элементами A и B
$\varnothing$	пустое множество
$A \in \Phi$	точка A принадлежит фигуре Φ
$A \notin \Phi$	точка A не принадлежит фигуре Φ
$\Phi_1 \subset \Phi$	фигура Φ_1 — подмножество фигуры Φ
$\Phi_1 \not\subset \Phi$	Φ_1 не является подмножеством Φ
$\Phi_1 = \Phi_2$	фигуры Φ_1 и Φ_2 совпадают
$\Phi_1 \neq \Phi_2$	Φ_1 и Φ_2 не совпадают
$\Phi_1 \cong \Phi_2$	Φ_1 и Φ_2 конгруэнтны
$\Phi_1 \cup \Phi_2$	объединение фигур Φ_1 и Φ_2
$\Phi_1 \cap \Phi_2$	пересечение фигур Φ_1 и Φ_2
(A, B)	упорядоченная пара точек A и B
$\vec{a}, \overrightarrow{AB}$	вектор
$\vec{0}, \overrightarrow{AA}$	нулевой вектор
$\|\vec{a}\| = a, \|\overrightarrow{AB}\| = \|AB\|$	длина вектора
$\vec{a} \cdot \vec{b}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$	скалярное произведение векторов
$\uparrow\uparrow$	сонаправлены (лучи или векторы)
$\uparrow\downarrow$	противоположно направлены
f	преобразование
E	тождественное преобразование
f^{-1}	обратное преобразование
$f_2 \circ f_1$	композиция преобразований f_1 и f_2
F	перемещение
Z_0	центральная симметрия с центром O
S_l	осевая симметрия с осью l
S_α	симметрия относительно плоскости α
$\parallel$	параллельны
$\nparallel$	не параллельны
$\perp$	перпендикулярны
$\dot{-}$	скрещиваются (прямые)
$\angle$	угол, двугранный угол
$\wedge$	величина угла
$(\widehat{l_1, l_2})$	угол между направлениями лучей l_1 и l_2
$(\widehat{a, b})$	угол между прямыми
$(\widehat{a, \alpha})$	угол между наклонной и плоскостью
$(\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$	угол между векторами
$(\widehat{\alpha, \beta})$	угол между плоскостями
(ABC)	плоскость, проходящая через точки A, B, C
$S_{\triangle ABC}$	площадь треугольника ABC
$\Longrightarrow$	следует
$\Leftrightarrow$	равносильны

ОГЛАВЛЕНИЕ

ИБ № 1584

Валерий Александрович Гусев, Галина Герасимовна Маслова

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 9 КЛАССА

Редакторы *А. М. Абрамов, Т. А. Бурмистрова.*
Художественный редактор *Е. Н. Карасик.*
Технические редакторы *Л. Я. Медведев, Е. В. Богданова.*
Корректор *Н. И. Новикова.*

Сдано в набор 4/VIII 1977 г. Подписано к печати 4/I 1978 г.
$60\times90^1/_{16}$. Бум. газетная. Печ. л. 4. Уч.-изд. 2,35.
Тираж 500 тыс. экз.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение»
Государственного комитета Совета Министров РСФСР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат
Росглавполиграфпрома Государственного комитета Совета Министров РСФСР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. Заказ 374.

Цена 5 коп.

5 коп.